

ORDRE DES INGÉNIEURS DU QUÉBEC

SESSION DE MAI 2026

Note au sujet de la propriété intellectuelle de l'examen de l'Ordre des ingénieurs du Québec (« l'Ordre »)

Cet examen est la propriété exclusive de l'Ordre et son utilisation est strictement limitée à des fins académiques et personnelles. Toute reproduction, distribution ou utilisation commerciale non autorisée de cet examen constitue une violation de la propriété intellectuelle de l'Ordre et est strictement interdite. L'Ordre se réserve le droit de prendre toutes les mesures légales appropriées contre toute utilisation non autorisée de son examen.

Toute documentation permise

Calculatrices : modèles autorisés seulement

Durée de l'examen : 3 heures

22-MC-A2

Cinématique et dynamique des machines

Question 1) (25 points)

Les équations (1) et (2) qui relient les vitesses angulaires (ω_i) du train planétaire montré à la **Figure 1** peuvent aussi être combinées et écrites pour les accélérations angulaires (α_i) sous la forme (3).

$$(\omega_1 - \omega_c)N_1 = -(\omega_2 - \omega_c)N_2 \quad (1)$$

$$(\omega_3 - \omega_c)N_3 = (\omega_2 - \omega_c)N_2 \quad (2)$$

$$\frac{(\alpha_1 - \alpha_c)}{(\alpha_3 - \alpha_c)} = \frac{-N_3}{N_1} \quad (3)$$

La planète intérieure (1) possède N_1 dents, une masse m_{a1} et un moment d'inertie autour de son axe I_1 . Le train comporte trois satellites identiques (2) de N_2 dents. La masse de chacun est m_{a2} et le moment d'inertie autour de leur axe est I_2 . De même, la planète extérieure (3) possède N_3 dents, une masse m_{a3} et un moment d'inertie autour de son axe I_3 . Dans la configuration étudiée, la planète 3 est maintenue immobile. Toutes ces roues ont le même module m . Pour sa part le châssis (c) a une masse m_{ac} et un moment d'inertie autour de son axe I_c .

Le couple résistant à la sortie T_s est constant et indépendant des accélérations. On a déjà calculé que le couple T_e requis sur l'arbre d'entrée (roue 1) pour accélérer l'arbre de sortie (c) avec une accélération α_c correspondait à l'équation (4). On vous demande de vérifier la validité de cette équation. Pour ce faire, répondez aux questions ci-dessous.

$$T_e = \left(\frac{N_1}{N_1+N_3}\right) T_s + \left\{ I_1 + 3 \left(\frac{N_1}{N_1+N_3}\right) \left(\frac{(N_2-N_3)}{N_2} I_2 + \frac{1}{4} m_{a2} (m(N_1 + N_2))^2\right) + \left(\frac{N_1}{N_1+N_3}\right) I_c \right\} \alpha_1 \quad (4)$$

1. Expliquez pourquoi T_e n'est pas simplement égal à T_s en moins de 2 lignes; (5 points)
2. Expliquez le rôle du facteur $\left(\frac{N_1}{N_1+N_3}\right)$ dans cette relation en moins de 3 lignes; (5 points)
3. Expliquez chacun des termes compris dans les accolades en moins de 5 lignes; (5 points)
4. Refaites tous les calculs pour démontrer chacun des termes compris dans les accolades; (10 points)

Commentez et décrivez vos étapes (en mots).

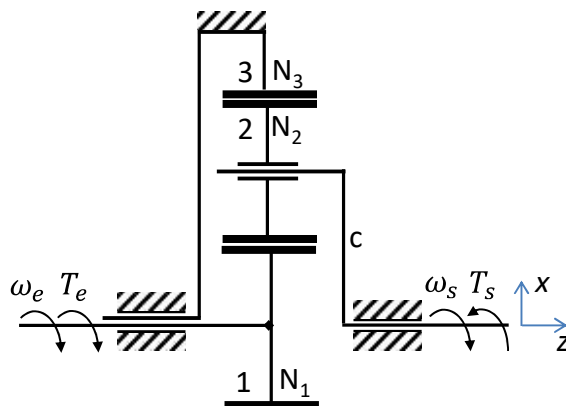


Figure 1 : Train planétaire

Question 2) (25 points)

La **Figure 2** ci-dessous montre un mécanisme. Répondez aux questions ci-dessous.

1. Calculez d'abord le nombre de CIR; (5 points)
2. Refaites cette figure dans votre cahier et montrez tous les centres instantanés de rotation (CIR) pour ce système; (10 points)
3. Si la came tourne à une vitesse ω_2 , écrivez l'équation de la vitesse de déplacement de la soupape (membrane 8). Présentez toutes les étapes de solution et donnez toutes les équations intermédiaires; (10 points)

Commentez et décrivez vos étapes (en mots).

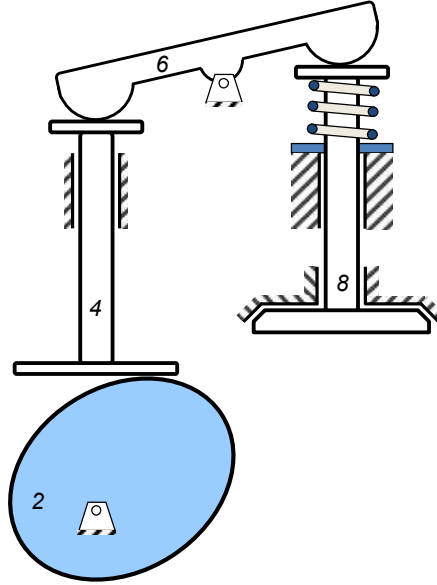


Figure 2 : Mécanisme

Question 3) (25 points)

Un moteur de quatre cylindres en ligne à quatre temps ayant un vilebrequin plat $0^\circ - 180^\circ - 180^\circ - 0^\circ$ (voir **Figure 3**) génère une force d'inertie totale F_a donnée par la relation (5) en fonction de la vitesse de rotation du vilebrequin ω . Cette force dont l'amplitude varie, agit toujours en direction de l'axe x . Le moteur génère aussi un moment de flexion M_a selon l'axe y aussi donné ci-dessous (relation (6)). Dans ces expressions, m est la masse concentrée à chaque piston, R est la longueur des manivelles, L est la longueur des bielles et t est le temps.

On désire balancer le moteur en utilisant un balourd de correction placé en un seul endroit. Le principe consiste à utiliser deux roues d'engrenage identiques (2a et 2b) comportant un balourd (voir **Figure 3**). Vous devez concevoir ce système. Pour cela, répondez aux questions présentées plus bas :

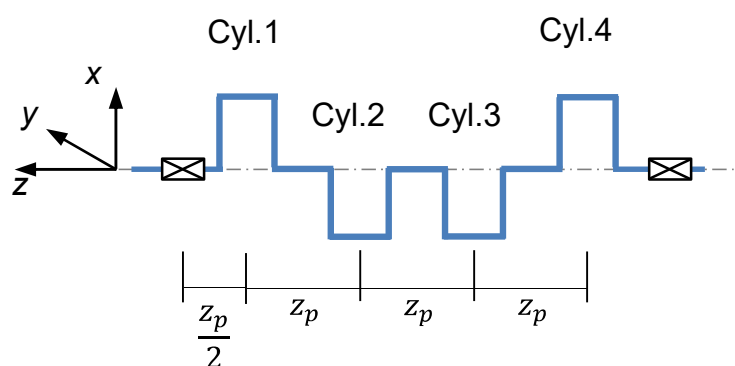
$$F_a = \frac{4m(R\omega)^2}{L} \cos(2\omega t) \quad (5)$$

$$M_a = \frac{6m(R\omega)^2}{L} z_p \cos(2\omega t) \quad (6)$$

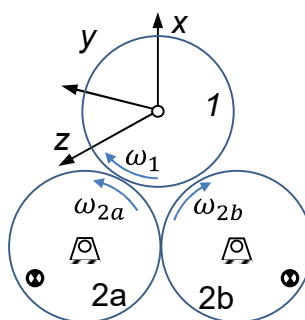
1. Expliquez le principe de fonctionnement de ce dispositif en moins de 3 lignes; (5 points)

2. Calculez la position z le long du vilebrequin à laquelle le dispositif devra être placé. La position de référence axiale est le centre de la manivelle no 1. Donnez toutes les équations intermédiaires; (7 points)
3. Si la roue 1 tourne avec le vilebrequin, calculez le ratio de vitesse requis entre la roue 1 et la roue 2a; (5 points)
4. On désire créer le déséquilibre des roues 2 par perçage. Si la densité du matériau de ces roues est ρ , que le diamètre des trous à percer est d et qu'ils sont percés à un rayon r_c (à partir du centre des roues 2, calculez la profondeur l des trous requis); (5 points)
5. Dessinez le dispositif dans votre cahier et montrez (schématiquement) la position des trous sur les roues d'engrenage; (3 points)

Commentez et décrivez vos étapes (en mots).



(a) Vilebrequin



(b) Dispositif de balancement

Figure 3 : Vilebrequin et dispositif de correction

Question 4) (25 points)

La **Figure 4** ci-dessous montre un train planétaire à trois étages. L'entrée se fait par l'arbre E et la sortie par l'arbre S. Le module des roues d'engrenage de l'étage 1 est m_1 , celui de l'étage 2 est m_2 et celui de l'étage 3 est m_3 . La relation entre ces modules est $m_3 = 2 m_2 = 4 m_1$. Les vitesses des planètes extérieures 13, 23 et 33 sont toutes nulles. Enfin, les nombres de dents des roues d'engrenage importants sont $N_{11} = N_{21} = N_{31} = N_{32} = 18$ dents. On vous demande de calculer le ratio de vitesse de ce train $\frac{\omega_S}{\omega_E}$. Pour ce faire, répondez aux questions suivantes :

1. Calculez tous les nombres de dents manquants. Donnez toutes les équations intermédiaires; (10 points)
2. Déterminez sous forme de variables la relation du ratio de vitesse $\frac{\omega_S}{\omega_E}$. Donnez toutes les équations intermédiaires; (10 points)
3. Déterminez la valeur numérique du ratio de vitesse $\frac{\omega_S}{\omega_E}$; (5 points)

Commentez et décrivez vos étapes (en mots).

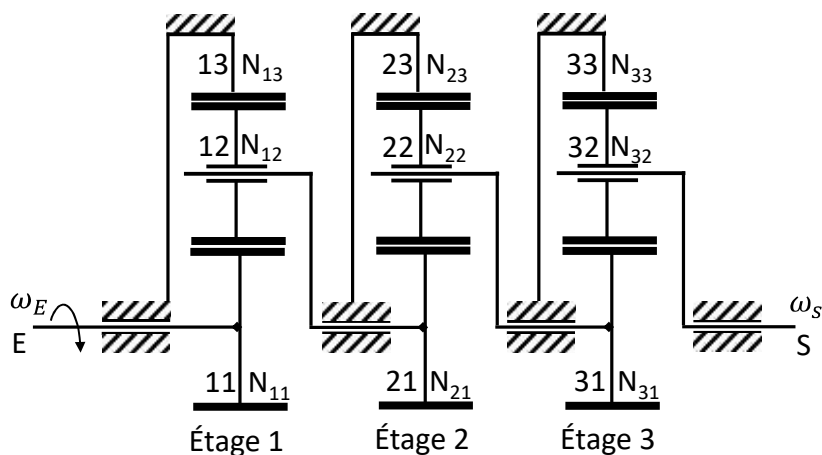


Figure 4 : Train planétaire